Euclide et la méthode axiomatique

Dès la classe de 5ème, on s'initie à la démonstration des propriétés géométriques de figures simples telles que triangles ou cercles.
Au 3ème siècle avant notre ère, Euclide a exposé dans ses « Eléments », l'art de la démonstration appliquée à la géométrie. Il s'agit de relier les propositions que l'on veut prouver à un petit nombre de propositions fondamentales, appelées axiomes et acceptées sans discussion. Pour établir ce lien, on utilise un raisonnement déductif ou enchaînement logique.
Parmi les axiomes de sa géométrie, figure le célèbre « axiome d'Euclide » :
par un point donné, il passe une parallèle et une seule à une droite donnée.
Dès le 17ème siècle, l'axiome d'Euclide a semblé pouvoir se déduire des autres propriétés. Les mathématiciens ont essayé de le démontrer, mais en vain.

Euclide (330-275 avant notre ère)

Né à Alexandrie.

Euclide insistait toujours auprès de ses élèves pour dire que l'acquisition des connaissances ne doit pas se faire dans un but intéressé, mais pour le plaisir du savoir. Un jour, un élève qui assistait depuis peu au cours d'Euclide, demanda : « Que puis-je gagner à écouter tout ceci ? ». Le savant prit alors quelques pièces de monnaie et dit à son esclave : « Donne-les-lui, puisqu'il tient à faire du gain de ce qu'il apprend ! ». [7]

En 1871, Felix Klein montre qu'on peut, ou bien accepter l'axiome d'Euclide, ou bien ne pas le faire intervenir, ou bien le remplacer par l'un des deux axiomes suivants :

- par un point donné, il ne passe aucune parallèle à une droite donnée,
- par un point donné, il passe une infinité de parallèles à une droite donnée.

Pour chacun de ces quatre cas, on obtient un ensemble de propriétés géométriques différent ou encore une « géométrie » différente.

Traçons une courbe fermée C.
Appelons « droite » toute portion d'une droite usuelle intérieure à C.
Soit d une telle « droite » et soient x et x' les points d'intersection de d avec C.
Soit A un point quelconque, à l'extérieur de d mais à l'intérieur de C.
Toute « droite » passant par A, mais à l'extérieur de l'angle xAx' ne rencontre pas la « droite » d.
Par le point A, il passe une infinité de parallèles à d. **[15]**