

## René Descartes et les coordonnées

Dès la classe de 5<sup>ème</sup>, on introduit les coordonnées cartésiennes des points du plan. En 1637, dans son ouvrage « Géométrie », René Descartes montre que, grâce à un procédé simple et efficace : « à toute figure géométrique correspond un ensemble de relations algébriques entre des nombres ».



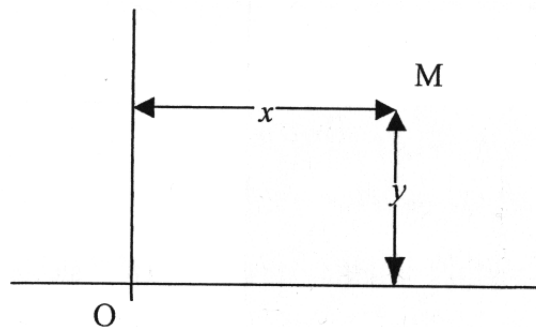
### *René Descartes (1596-1650)*

Né à La Haye (Descartes).

Invité à Stockholm par la reine Christine de Suède, cette dernière le convoque le matin en plein hiver pour parler philosophie. Obligé de traverser les longs couloirs glacés du palais, il finit par contracter une pneumonie et en meurt l'année suivante.

Essayons d'expliquer en quoi consiste le procédé de Descartes qui permet de transformer toute figure en relation algébrique.

Dans un plan, on se donne un point O et deux droites sécantes en O. Tout point M du plan peut être représenté par une suite de deux nombres : les distances  $x$  et  $y$  du point M aux deux droites. La suite est notée  $(x; y)$  et constitue les coordonnées du point M.  $x$  est l'abscisse et  $y$  est l'ordonnée du point M.



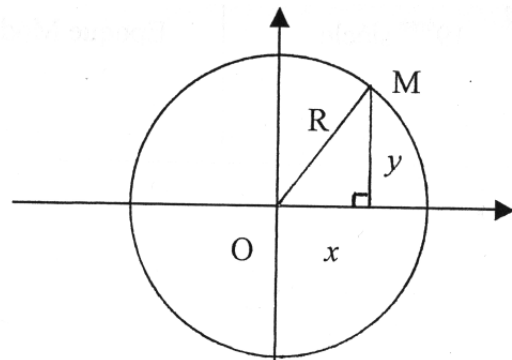
Les deux droites sont quelconques mais, par commodité, on prend souvent deux droites perpendiculaires.

Aujourd'hui, à l'instar de John Wallis en 1655, on considère des abscisses et des ordonnées aussi bien positives que négatives.

Montrons sur un exemple qu'une figure peut être traduite par une relation algébrique.

Le cercle C de centre O et de rayon R est l'ensemble des points M situés à la distance R du point O. Autrement dit, C est l'ensemble des points M tels que :  $OM = R$ . Or, pour tout point M du plan, de coordonnées  $(x; y)$ , on a :

$OM = \sqrt{x^2 + y^2}$ , d'après le théorème de Pythagore. On en déduit la relation algébrique :  $x^2 + y^2 = R^2$ .



Inversement, une relation algébrique pourra définir une courbe. Ainsi, de nouvelles courbes, autres que celles que l'on peut construire à la règle et au compas, autres que les coniques d'Apollonius, seront acceptées dans le champ d'investigation des mathématiques.