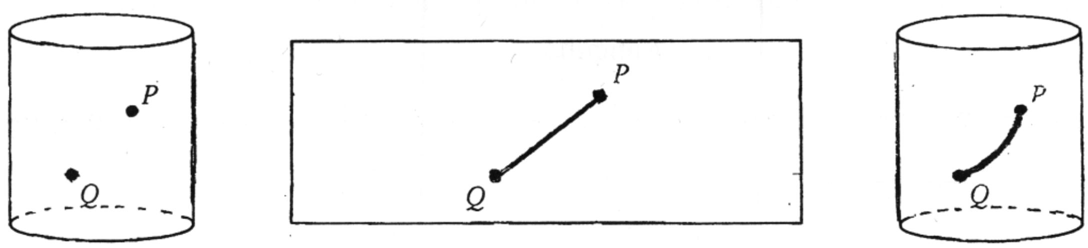
Carl Friedrich Gauss et le plus court chemin sur les surfaces

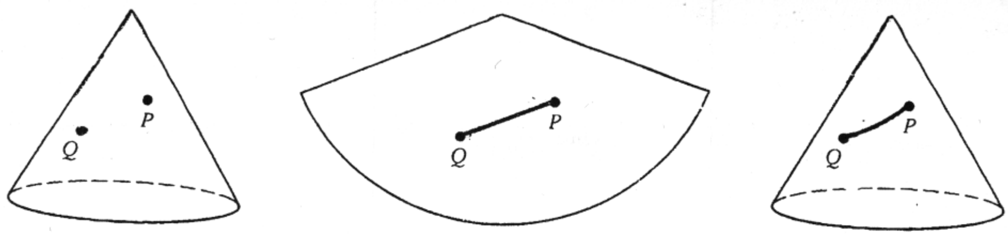
Dès la classe de 3ème, on distingue les solides, comme la boule, et les surfaces de l'espace, comme la sphère.
On sait que le plus court chemin entre deux points d'un plan est le segment de droite qui les joint. On peut alors se poser le problème suivant : quel est le plus court chemin entre deux points d'une surface courbe, c'est-à-dire non plane.
Si on peut dérouler cette surface courbe sur un plan, alors, après l'avoir fait, il suffit de joindre les deux points par un segment et d'enrouler à nouveau la surface.
En 1827, Carl Friedrich Gauss a démontré que cette opération était impossible pour la sphère.

Cas d'un cylindre.



On peut dérouler un cylindre sur un plan sans distorsion : le patron d'un cylindre n'est autre qu'un rectangle. Après enroulement, le chemin le plus court obtenu entre deux points est un fragment d'hélice.

Cas d'un cône.



Le cas du cône est analogue. On peut le dérouler sur un plan sans distorsion : le patron d'un cône n'est autre qu'un secteur ciculaire. Après enroulement, le chemin le plus court obtenu entre deux points est aussi un fragment d'hélice.

Cas d'une sphère : la planète Terre.

Madrid et New York sont sur le même parallèle. Dans la projection de Mercator, l'arc de parallèle qui les joint est représenté par un segment de droite. Pourtant, cet arc de parallèle n'est pas le plus court chemin. **[3]**
On ne peut pas dérouler une sphère sur un plan. Aucune carte ne peut donc restituer les distances réelles sur le globe.
Le plus court chemin entre Madrid et New York est l'arc de grand cercle qui passe par ces deux villes.